

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS**  
**TERMODINÁMICA APLICADA**

**Teoría: Sistemas multicomponentes.**

**1 hora**

**15 de octubre de 2008**

*Instrucciones:* \_\_\_\_\_

La siguiente prueba consta de 9 preguntas con 4 respuestas posibles cada una; sólo una de las cuatro es correcta. La respuesta *correcta suma un punto*, la pregunta no contestada no puntúa y la respuesta *incorrecta resta 0.5 puntos*. No se permite el uso de ningún tipo de libro o notas. El uso de la calculadora como formulario será severamente castigado.

---

De una mezcla ideal de  $c$  gases ideales se conoce la fracción molar,  $x_i$ , y la masa molecular,  $M_i$ , de cada componente  $i$ , con  $i = 1, \dots, c$ .

1. La constante de los gases para la mezcla,  $R_m$ , vale:

$$\begin{array}{ll} (a) & R_m = \frac{x_i R_i}{\sum_{i=1}^c x_i R_i} \\ (b) & R_m = \frac{y_i R_i}{\sum_{i=1}^c y_i R_i} \end{array} \quad \begin{array}{ll} (c) & R_m = \sum_{i=1}^c x_i R_i \\ (d) & R_m = \sum_{i=1}^c y_i R_i \end{array}$$

2. Si  $c_{pi}$  es la capacidad térmica a presión constante por unidad de masa de cada componente, la capacidad térmica a presión constante de la mezcla por unidad de masa de mezcla,  $c_{pm}$ , vale:

$$\begin{array}{ll} (a) & c_{pm} = \sum_{i=1}^c x_i c_{pi} \\ (b) & \frac{1}{c_{pm}} = \sum_{i=1}^c \frac{x_i}{c_{pi}} \end{array} \quad \begin{array}{ll} (c) & c_{pm} = \sum_{i=1}^c y_i c_{pi} \\ (d) & \frac{1}{c_{pm}} = \sum_{i=1}^c \frac{y_i}{c_{pi}} \end{array}$$

---

Considérese el potencial termodinámico,  $G$ , cuyas variables naturales son  $T$ ,  $P$  y los números de moles de cada componente,  $N_i$ .

3. Teniendo en cuenta que  $dG = -SdT + Vdp + \sum_i \mu_i dN_i$ , según el teorema de Euler, la forma del potencial  $G(T, p, N_i)$  es:

$$\begin{array}{ll} (a) & G(T, p, N_i) = \sum_i N_i \mu_i \\ (b) & G(T, p, N_i) = - \sum_i N_i \mu_i \end{array} \quad \begin{array}{ll} (c) & G(T, p, N_i) = pT + \sum_i N_i \mu_i \\ (d) & G(T, p, N_i) = pT - \sum_i N_i \mu_i \end{array}$$

4. La derivada parcial  $\left. \frac{\partial \mu_i}{\partial p} \right|_{T, N_i}$  vale:

$$\begin{array}{ll} (a) & V \\ (b) & -S \end{array} \quad \begin{array}{ll} (c) & \bar{v}_i \\ (d) & -\bar{s}_i \end{array}$$

5. La relación entre las variaciones de entropía y de energía de Gibbs de mezcla en una mezcla ideal está dada por:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \Delta \mathbf{G}_m = -T \Delta \mathbf{S}_m \\ \text{(b)} & \Delta G_m = T \Delta S_m \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{(c)} & \Delta S_m = -T \Delta G_m \\ \text{(d)} & \Delta S_m = T \Delta G_m \end{array}$$

Se expande en un turbina un gasto másico de 12 Kg/s de una mezcla ideal y equimolar de CO<sub>2</sub> y N<sub>2</sub>, ambos gases semiperfectos. El estado termodinámico a la entrada de la turbina es  $T_0 = 400$  K y  $p_0 = 20$  bar, mientras que en la sección de descarga es  $T_1 = 200$  K y  $p_1 = 1$  bar.

Se pide:

6. La potencia específica por unidad de gasto molar de mezcla,  $\dot{W}/\dot{n}$ , obtenida vale:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & 0.352 \text{ kJ/mol.} \\ \text{(b)} & 13.245 \text{ kJ/mol.} \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{(c)} & 0.703 \text{ kJ/mol.} \\ \text{(d)} & \mathbf{6.623 \text{ kJ/mol.}} \end{array}$$

**Solución:** Se trata de un sistema adiabático y estacionario. EL primer principio entre la entrada y la salida de la turbina es:  $\dot{W} = \sum_{i=1}^c \dot{n}_i (h_{is}(T_s) - h_{ie}(T_e)) = \dot{n} \sum_{i=1}^c (x_{is} h_{is}(T_s) - x_{ie} h_{ie}(T_e))$ . Pero claramente, la composición es la misma en la sección de entrada que en la de salida por lo que  $x_{ie} = x_{is}$ . Por tanto,  $\dot{W} = \dot{n} \sum_{i=1}^c x_i (h_{is} - h_{ie})$ , con  $x_i = 0.5$ , ya que la mezcla es equimolar, es decir,

$$\begin{aligned} \dot{W}/\dot{n} &= x_{CO_2} (h_{CO_2}^o(200K) - h_{CO_2}^o(400K)) + x_{N_2} (h_{N_2}^o(200K) - h_{N_2}^o(400K)) \\ &= 0.5(-3.414 - 4.003) + 0.5(-2.857 - 2.971) = -6.623 \text{ kJ/mol} \end{aligned}$$

7. La producción de entropía específica por unidad de gasto molar de mezcla,  $\dot{\sigma}_p/\dot{n}$ , vale:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \mathbf{2.139 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}}. \\ \text{(b)} & -22.768 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}. \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{(c)} & 377.82 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}. \\ \text{(d)} & 0 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}. \end{array}$$

**Solución:** Usando ahora el segundo principio entre la entrada y la salida de la turbina es:

$$\dot{\sigma}_p = \dot{n} \sum_{i=1}^c (x_i (\bar{s}_{is} - \bar{s}_{ie})) = \dot{n} \sum_{i=1}^c (x_i (s_{is}^o(T_s) - s_{ie}^o(T_e)) - R_u \ln(P_s/p_e)), \text{ es decir,}$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_p &= x_{CO_2} (s_{CO_2}^o(200K) - s_{CO_2}^o(400K)) + x_{N_2} (s_{N_2}^o(200K) - s_{N_2}^o(400K)) + R_u \ln 20 \\ &0.5(199.975 - 225.314) + 0.5(179.985 - 200.181) + R_u \ln 20 = 2.139 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)} \end{aligned}$$

Se quiere cargar una botella rígida, de volumen  $V$ , inicialmente vacía, con una mezcla ideal de CO<sub>2</sub> y O<sub>2</sub>, ambos semiperfectos, procedente de una línea de carga. La mezcla circula por la línea en condiciones  $p_L, T_L$ , condiciones que no cambian independientemente de la masa que se extraiga de ella. Las entalpías específicas,  $h_i^o(T)$ , y entropías normales específicas,  $s_i^o(T)$ , de cada especie son funciones conocidas.

Se pide:

8. La temperatura final,  $T_f$ , en la botella tras el proceso rápido de carga hasta alcanzar el equilibrio mecánico está dada por:

$$\begin{array}{l} \text{(a)} \quad y_{CO_2} (h_{CO_2}^o(T_f) - h_{CO_2}^o(T_L)) + y_{O_2} (h_{O_2}^o(T_f) - h_{O_2}^o(T_L)) = R_u T_f. \\ \text{(b)} \quad \mathbf{x_{CO_2} (h_{CO_2}^o(T_f) - h_{CO_2}^o(T_L)) + x_{O_2} (h_{O_2}^o(T_f) - h_{O_2}^o(T_L)) = R_u T_f.} \\ \text{(c)} \quad y_{CO_2} (u_{CO_2}^o(T_f) - u_{CO_2}^o(T_L)) + y_{O_2} (u_{O_2}^o(T_f) - u_{O_2}^o(T_L)) = R_g T_f. \\ \text{(d)} \quad x_{CO_2} (u_{CO_2}^o(T_f) - u_{CO_2}^o(T_L)) + x_{O_2} (u_{O_2}^o(T_f) - u_{O_2}^o(T_L)) = R_g T_f. \end{array}$$

donde  $y_i$  y  $x_i$  representan la fracción másica y la molar respectivamente de cada gas y cumplen las relaciones:  $x_{CO_2} + x_{O_2} = 1$  y  $y_{CO_2} + y_{O_2} = 1$ .

**Solución:** El primer principio para el proceso de carga es:  $U(T_f) = H(T_L)$ , es decir:

$$n_{CO_2}u_{CO_2}(T_f) + n_{O_2}u_{O_2}(T_f) = n_{CO_2}h_{CO_2}^o(T_f) + n_{O_2}h_{O_2}^o(T_f)$$

donde se ha puesto  $h^o$  la entalpía normal para la entalpía puesto que en el caso de gases semiperfectos ésta no depende de la temperatura; en cambio, la energía interna sí depende de la presión:  $u = h - pv$ . Así, usando esta expresión en el primer principio:

$$n_{CO_2} \left( h_{CO_2}^o(T_f) - h_{CO_2}^o(T_L) \right) + n_{O_2} \left( h_{O_2}^o(T_f) - h_{O_2}^o(T_L) \right) = n_{CO_2} p_{CO_2} v_{CO_2} + n_{O_2} p_{O_2} v_{O_2}$$

Ahora bien,  $n_{CO_2} v_{CO_2}$  es el volumen que ocupa el  $CO_2$  en la botella, que según el modelo de Dalton es el volumen de la botella; por tanto, el segundo sumando de la expresión anterior resulta ser  $V(p_{CO_2}|_f + p_{O_2}|_f) = Vp_f = nR_u T_f$ , de manera que, dividiendo por el número total de moles, resulta finalmente:

$$x_{CO_2} \left( h_{CO_2}^o(T_f) - h_{CO_2}^o(T_L) \right) + x_{O_2} \left( h_{O_2}^o(T_f) - h_{O_2}^o(T_L) \right) = R_u T_f$$

9. La producción de entropía específica por mol de mezcla en este proceso vale:

(a)  $\sigma_p/n = y_{CO_2} (s_{CO_2}^o(T_f) - s_{CO_2}^o(T_L)) + y_{O_2} ((s_{O_2}^o(T_f) - s_{O_2}^o(T_L)))$ .

(b)  $\sigma_p/n = \mathbf{x}_{CO_2} (\mathbf{s}_{CO_2}^o(\mathbf{T}_f) - \mathbf{s}_{CO_2}^o(\mathbf{T}_L)) + \mathbf{x}_{O_2} ((\mathbf{s}_{O_2}^o(\mathbf{T}_f) - \mathbf{s}_{O_2}^o(\mathbf{T}_L)))$ .

(c)  $\sigma_p/n = y_{CO_2} (s_{CO_2}^o(T_f) - s_{CO_2}^o(T_L)) + y_{O_2} ((s_{O_2}^o(T_f) - s_{O_2}^o(T_L))) - (R_{CO_2} y_{CO_2} \ln y_{CO_2} + R_{O_2} y_{O_2} \ln y_{O_2})$ .

(d)  $\sigma_p/n = x_{CO_2} (s_{CO_2}^o(T_f) - s_{CO_2}^o(T_L)) + x_{O_2} ((s_{O_2}^o(T_f) - s_{O_2}^o(T_L))) - R_u (x_{CO_2} \ln x_{CO_2} + x_{O_2} \ln x_{O_2})$ .

**Solución:** El segundo principio para el proceso de carga es:

$$\sigma_p = n_{CO_2} s_{CO_2}^o(T_f) + n_{O_2} s_{O_2}^o(T_f) - n_{CO_2} s_{CO_2}^o(T_L) + n_{O_2} s_{O_2}^o(T_L)$$

ya que los términos debidos a las variaciones de presión se anulan porque i) la composición no cambia y ii) la presión en la línea y al final del proceso de carga coinciden. Por tanto, dividiendo por el número total de moles:

$$\sigma_p/n = x_{CO_2} (s_{CO_2}^o(T_f) - s_{CO_2}^o(T_L)) + x_{O_2} (s_{O_2}^o(T_f) - s_{O_2}^o(T_L))$$