

Un líquido de densidad  $\rho$  y viscosidad  $\mu$  fluye con velocidad  $U$  alrededor de una esfera porosa de radio  $a$  y permeabilidad  $k \ll a^2$ . El número de Reynolds  $\rho U a / \mu$  es muy pequeño, de modo que el flujo alrededor de la esfera y en su interior está dominado por la viscosidad. Las ecuaciones que determinan el movimiento son

$$\text{Flujo exterior a la esfera: } \nabla \cdot \vec{v} = 0 ; 0 = -\nabla p + \mu \Delta \vec{v},$$

$$\text{Flujo interior a la esfera: } \nabla \cdot \vec{v} = 0 ; \vec{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p \quad (\text{Ley de Darcy}).$$

Se pide:

- 1.- Estimar el orden de magnitud de las variaciones de presión y mostrar que la velocidad de filtración (velocidad en el interior de la esfera) es pequeña frente a  $U$ .
- 2.- Al ser pequeña frente a  $U$  la velocidad en el medio poroso, en primera aproximación puede suponerse nula la velocidad en la superficie de la esfera ( $r = a$ ) a la hora de resolver la corriente exterior, que se reduce al flujo alrededor de una esfera impermeable (problema de Stokes). La solución de Stokes proporciona la distribución de presiones sobre la esfera impermeable

$$p(r = a, \theta) - p_\infty = -\frac{3}{2} \mu \frac{U}{a} \cos \theta,$$

siendo  $p_\infty$  la presión del líquido lejos de la esfera y  $(r, \theta)$  son coordenadas esféricas, con origen en el centro de la esfera y eje polar en la dirección y sentido de la velocidad incidente  $U$ . Esta distribución de presiones es, en primera aproximación, la presión sobre la superficie de la esfera porosa. Se pide determinar la distribución de presión y velocidad de filtración en el interior de la esfera. En particular determinar la velocidad de filtración en la dirección del eje  $x$ .

- 3.- La resistencia de una esfera impermeable obtenida con la solución de Stokes es  $6\pi\mu U a$  y que corresponde a velocidad nula en  $r = a$ . A la vista de la velocidad de filtración obtenida en el apartado anterior mostrar, sin necesidad de hacer ningún cálculo, que la resistencia de la esfera porosa es

$$D = \left(1 - \frac{3k}{2a^2}\right) 6\pi\mu U a,$$

salvo errores relativos del orden de  $(k/a^2)^2$ .

