ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

Mecánica de Fluidos II **Examen 16–9–02**

Un tubo semi infinito de área A contiene un líquido de densidad ρ en reposo y a la presión p_0. El tubo está inmerso en el mismo líquido a la presión $p_a < p_0$. El tubo tiene una placa con orificios situada en $x = 0$ y el extremo del tubo está situado en $x = -L$, siendo infinita la longitud hacia $x > 0$. El área total de los orificios es A_a.

En el instante inicial se pone en comunicación el líquido del tubo con el exterior abriendo instantáneamente el extremo situado en $x = -L$. Se trata de determinar la presión y velocidad del líquido en el tubo en función de la posición x a lo largo del tubo y del tiempo t. Para ello supongan que el líquido se comporta como ideal en su movimiento y que la velocidad efectiva de propagación de las ondas en el conjunto líquido tubo es c constante.

Como consecuencia de la apertura instantánea del extremo del tubo, se genera una onda que se propaga hacia el interior del tubo a la velocidad c. Cuando la onda llega a la placa perforada, $x = 0$, se refleja hacia $x < 0$ y se propaga hacia $x > 0$ (con la misma velocidad c), como consecuencia de la presencia de la placa. La descarga a través de los orificios se puede considerar casi estacionaria y la velocidad en el tubo puede considerarse uniforme a distancias de la placa pequeñas frente a L.

Supongan que

$$\frac{p_0 - p_a}{\rho c^2} = \varepsilon \ll 1 \quad \text{y que} \quad \left(\frac{A}{A_a}\right)^2 - 1 = \alpha \sim \frac{1}{\varepsilon} \gg 1.$$

Para la solución del problema basta con que den las velocidades y presiones en los puntos (1) y (1') situados en $x = 0^-$ y $x = 0^+$ respectivamente y $t < L/c$; el punto (2) situado en $x = -L$ y $t < 2L/c$; los puntos (3) y (3') situados en $x = 0^-$ y $x = 0^+$ respectivamente y $L/c < t < 3L/c$; y el punto (4) situado en $x = -L$ y $2L/c < t < 4L/c$; del diagrama $x - t$ de la figura adjunta. Indiquen el valor de $(p - p_a)/\rho c^2$ y el de u/c en las distintas regiones del plano $x - t$ para $t < 3L/c$.

Una vez resuelto el problema para $\alpha \sim 1/\varepsilon$, supongan que $\alpha \sim 1$ y justifiquen porqué la solución correspondiente a este caso es, en primera aproximación, la correspondiente a una onda que se propaga en el tubo a la velocidad c sin presencia de la placa perforada.