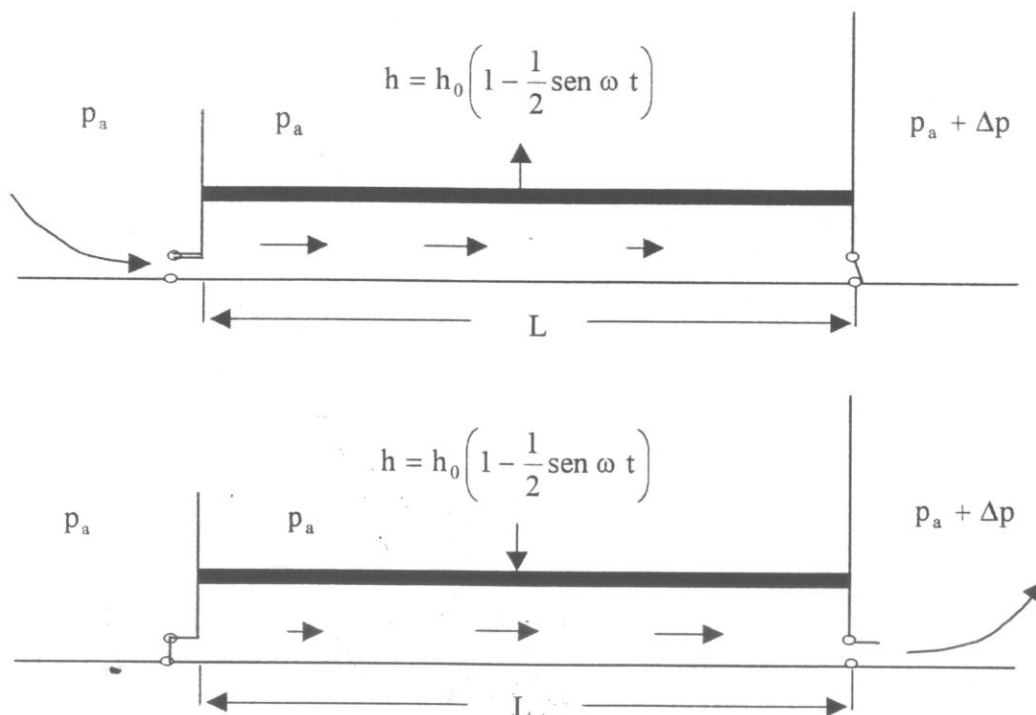


La figura adjunta es un esquema de una bomba volumétrica bidimensional que se emplea para bombear un líquido muy viscoso desde una región donde la presión es p_a a otra de mayor presión, $p_a + \Delta p$. Consiste en una caja de longitud L limitada superiormente por un pistón que tiene un movimiento vertical armónico, dejando una película de líquido de espesor $h_0 \left(1 - \frac{1}{2} \text{sen } \omega t\right)$, con $h_0 \ll L$. El líquido entra y sale de la caja por dos orificios provistos de válvulas antirretorno. La válvula de la izquierda se abre y la de la derecha se cierra cuando el pistón empieza a subir, y el estado de las válvulas se invierte cuando el pistón empieza a bajar. Suponiendo que el movimiento del líquido está dominado por la viscosidad y que las caídas de presión en las válvulas de entrada y salida son despreciables, se pide:

1. Escribir la ecuación de Reynolds para la distribución de presión en la película, con sus condiciones de contorno en los extremos de la caja. Conviene escribir estas condiciones separadamente para los semiperiodos en que el pistón sube y baja, teniendo en cuenta los estados de las válvulas en cada caso.
2. Calcular la distribución de presión en la película resolviendo el problema formulado en el apartado anterior.
3. Calcular la fuerza que es necesario aplicar sobre el pistón para mantener su movimiento. Supongan que la presión sobre la cara superior del pistón es p_a . Calcular el valor medio (durante un ciclo) de la potencia consumida para mover el pistón.
4. Calcular el rendimiento de la bomba, cociente entre la potencia útil, igual a Δp por el valor medio del caudal bombeado, y la potencia calculada en el apartado anterior.



Nota: $I = \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \xi}{\left(1 - \frac{1}{2} \text{sen} \xi\right)^3} d\xi = \frac{8}{9} \sqrt{3} \pi.$