

# ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

## Mecánica de Fluidos II

Examen 28-06-02

Un tubo vertical infinitamente largo tiene un pistón de masa  $M_p$  inicialmente anclado en una sección  $x = 0$ . En la parte superior del tubo hay aire en reposo a la presión  $p_0$  y temperatura  $T_0$  (velocidad del sonido  $a_0$ ), y la parte inferior del tubo está vacía. El área del tubo y pistón es  $A_p$ .

En un cierto instante inicial se suelta el pistón que comienza a caer por el tubo bajo la acción de la gravedad y de la presión  $p_p$  del aire sobre su cara superior. La fuerza de rozamiento con la pared del tubo se supone despreciable.

Suponiendo que el aire se comporta como ideal y que el efecto de la gravedad es despreciable en la ecuación de cantidad de movimiento del aire, se pide:

- 1.- Presión  $p_p(t)$  del aire sobre el pistón en función de la velocidad  $u_p(t)$  del mismo.
- 2.- Ecuación diferencial y condición inicial que permiten determinar la velocidad del pistón  $u_p$  en función del tiempo. Supongan que el parámetro  $\alpha = gM_p/p_0A_p$  es de orden unidad. Se recomienda escribir esta ecuación en términos de las variables  $u_p/a_0$  y  $\tau = p_0A_p t/M_p a_0$ .
- 3.- Velocidad del pistón,  $u_p = u_p^*$ , en el instante  $t = t^*$  (ó  $\tau = \tau^*$ ) en que se anula la presión  $p_p$  del aire sobre su cara superior. Dar la expresión de  $t^*$  (ó  $\tau^*$ ) en forma de una integral.
- 4.- Velocidad del pistón para  $t > t^*$  ( $\tau > \tau^*$ ).
- 5.- Ecuación de la línea característica (de la familia de pendiente  $dx/dt = u - a$ ) que arranca del pistón en el instante  $t = t^*$ , e indicar el estado del aire entre dicha característica y el pistón.
- 6.- Determinar la velocidad del pistón si la gravedad fuese nula ( $\alpha = 0$ ).

