ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

Mecánica de Fluidos II **Examen 28–06–02**

Una esfera de radio R y peso W cae por el eje de un tubo vertical de radio $R + h_0$ ($h_0 \ll R$) lleno de un líquido de densidad ρ y viscosidad μ. Se trata de calcular la velocidad límite de caída de la esfera, U, suponiendo que los efectos viscosos son dominantes en el movimiento del líquido en la ranura axilsimétrica que queda entre la esfera y el tubo.

Para obtener la solución conviene usar un sistema de referencia ligado a la esfera, como se muestra en la figura, y proceder como sigue:

1.- Mostrar que el espesor de la ranura entre esfera y tubo es

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2R} \text{ para distancias } x \text{ tales que } h \ll R.$$

Obsérvese que h es del orden de h_0 cuando x es del orden de $\sqrt{Rh_0}$.

2.- Estimar el orden de magnitud del cociente u_c/U, donde u_c es la velocidad característica del líquido en la ranura.

3.- Estimar, en términos de U, el orden de magnitud de la variación de presión $p_1 - p_2$ en la ranura, de longitud característica $\sqrt{Rh_0}$. Mostrar que $p_1 - p_2$ es mucho mayor que las variaciones de presión en el resto del campo fluido (longitud característica R).

4.- Estimar, en términos de U, el orden de magnitud de los esfuerzos viscosos sobre la pared de la esfera.

5.- Estimar el orden de magnitud de la contribución a la fuerza vertical sobre la esfera de la variación de presión y de los esfuerzos viscosos en la ranura ($x \sim \sqrt{Rh_0}$) estimados en los apartados 3 y 4 respectivamente. Comprobar que esta contribución es pequeña comparada con la debida a la diferencia de presiones $p_1 - p_2$ actuando sobre el resto de la superficie de la esfera.

6.- Calcular la diferencia de presiones $p_1 - p_2$ en función de la velocidad U.

7.- Calcular la velocidad U de caída de la esfera.

8.- Dar el criterio para que los efectos viscosos sean dominantes en el movimiento del líquido en la ranura. Comprobar si el criterio se cumple cuando el peso de la esfera es de 1 gramo, la relación $h_0/R \sim 10^{-3}$ y el líquido es agua.