UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID
ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONAUTICOS

Mecánica de Fluidos II — Examen final 8-6-99

Por un plano inclinado un ángulo α (de orden unidad) desciende un líquido de densidad ρ y viscosidad μ bajo la acción de la gravedad. El líquido procede de un canal bidimensional que acaba en $x = 0$ y del que sale un gasto volumétrico $q_0(t)$, conocido, por unidad de anchura perpendicular al plano del movimiento. El movimiento en la capa de líquido es con efectos viscosos dominantes. La superficie del plano inclinado es porosa, filtrándose una cantidad de líquido, por unidad de longitud de la placa, proporcional a la altura local, h, de la capa; esto es: la velocidad de filtrado normal a la placa es $-\beta h$, donde β es una constante conocida. Se pide:

1°.- Escribir la ecuación de Reynolds que permite determinar $h(x,t)$ en la capa $(x > 0)$, modificada para tener en cuenta la filtración.

2°.- En el supuesto de que el gasto volumétrico que sale del canal sea $q_0 = q_1$ constante, determinar la solución estacionaria $h(x)$, mostrando que existe un valor máximo de x a partir del cual ya no queda líquido sobre el plano inclinado.

3°.- Supóngase ahora que el valor del flujo que sale del canal se reduce bruscamente, en un cierto instante $t = 0$, a $q_1/8$, de modo que el espesor de la capa ligeramente aguas abajo de la salida del canal, donde $q = (\rho g h^3 sen\alpha)/(3\mu)$, se reduce a la mitad. Para analizar el transitorio que se propaga sobre la capa, se pide:

a) Ecuación diferencial ordinaria de las líneas características de la ecuación del apartado 1°, y ecuación diferencial ordinaria que determina la evolución de h con el tiempo sobre una línea característica (observen que, a causa del filtrado, h no se mantiene constante a lo largo de las características).

b) Integren la segunda ecuación del apartado anterior para obtener $h(t)$ a lo largo de una característica, en función de su valor h_1 en el instante τ.

c) Con ayuda del resultado del apartado b), integren la primera ecuación del apartado a) para determinar las líneas características en la forma $x(t-\tau, h_1)$, donde $x = 0$ para $t = \tau$.

d) Representar esquemáticamente las líneas características en el plano $x-t$, mostrando que el transitorio consiste en un abanico de expansión en el que las líneas características no son rectas.

e) Determinar $h(x,t)$ en el abanico de expansión.