

Un depósito cilíndrico de radio de la base R , contiene un líquido de densidad ρ y viscosidad μ . Inicialmente el depósito está lleno hasta una altura H_0 . En su base tiene una matriz porosa de espesor h y permeabilidad K . A su vez, la parte exterior de la matriz porosa está tapada con un disco de radio R , que en el instante inicial se separa, paralelamente a sí mismo, una distancia h de la matriz porosa, descargándose el líquido al exterior por la zona que queda entre el medio poroso y el disco. Supongan que se puede aplicar la ley de Darcy en el medio poroso y que los efectos viscosos son dominantes a través de la capa líquida (supongan $H_0 \sim R$, $h \ll R$ y $KR^2/h^4 \sim 1$). Se pide:

- 1.- Orden de magnitud de las velocidades en el depósito y en la matriz porosa, relativas a la velocidad característica en la capa líquida inferior.
- 2.- Estimar el orden de magnitud de los incrementos de presión motriz en el depósito, mostrando que son pequeños frente a los incrementos de presión en la matriz porosa y en la capa líquida.
- 3.- Orden de magnitud de los incrementos espaciales de presión en la matriz porosa (tanto radiales como verticales) y en la capa líquida.
- 4.- Orden de magnitud de la velocidades radial y vertical en la capa líquida y en la matriz porosa.
- 5.- Mostrar que las variaciones de velocidad vertical en la matriz porosa son pequeñas frente a esta velocidad vertical. Determinar esta velocidad vertical en la matriz porosa, v_{pz} , en función de la presión, p , en la capa líquida.
- 6.- Ecuación diferencial y condiciones de contorno que determinan la distribución de presiones en la capa líquida. Observen que esta ecuación se reduce a una que da $\varphi = \varphi(\eta)$, siendo

$$p - p_f = \rho g H \cdot \varphi(\eta) \text{ con } \eta = \frac{r}{R}, \text{ siendo } p_f \text{ la presión en el fondo del depósito.}$$

Escribir la ecuación diferencial que determina $\varphi(\eta)$ y sus condiciones de contorno.

- 7.- Determinar la altura H de líquido en el depósito en función del tiempo. ¿Que necesitaría conocer de la función $\varphi(\eta)$ para determinar por completo $H(t)$?

- 8.- Den el criterio para que los efectos viscosos sean dominantes en la capa líquida.

