ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

Mecánica de Fluidos I **Examen 11–9–07**

Un depósito de volumen V_0, aislado térmicamente, está dividido en dos por una pared móvil, también aislada térmicamente, de área A_p ($A_p \sim V_0^{2/3}$). Esta pared divide inicialmente al depósito en dos partes iguales. Una de las paredes fijas del depósito (véase figura adjunta) tiene una tobera convergente, de área mínima a la salida $A_s \ll A_p$.

Inicialmente el aire de todo el depósito está a la presión y densidad ambientes, p_a y ρ_a (velocidad del sonido a_a) y a partir de un cierto instante, que consideraremos como el inicial, la pared móvil se pone en movimiento con una velocidad constante y conocida $u_p \ll a_a$, hasta que anula el volumen que está comunicado con el exterior a través de la tobera. En el exterior la presión es también p_a.

Durante el proceso, el volumen de aire que no está comunicado con el exterior, aumenta desde su valor inicial $\frac{1}{2}V_0$ hasta V_0, mientras que el que está comunicado con el exterior a través de la tobera le ocurre todo lo contrario: pasa de $\frac{1}{2}V_0$ hasta 0. Se pide:

1.- Determinar la evolución con el tiempo de la presión p_1 y densidad ρ_1 del aire en el interior de la parte del depósito no comunicada con el exterior.

2.- Suponiendo que el número de Mach, M_s, en la sección A_s de salida de la tobera es siempre menor que la unidad, se pide obtener la ecuación diferencial, y condición inicial, que permite determinar la evolución del cociente de densidades ρ_2/ρ_a en la parte del depósito comunicada con el exterior, en función del tiempo adimensional $\tau = u_p A_p t/V_0$ y de los parámetros adimensionales $\varepsilon = u_p A_p/a_a A_s$ y la relación de calores específicos γ. Para ello tengan en cuenta que es necesario determinar previamente, en función de ρ_2/ρ_a y γ: la relación de presiones p_2/p_a; el número de Mach M_s a la salida; y el gasto másico $G/\rho_a a_a A_s$ a través de la tobera.

3.- Volviendo a la ecuación del apartado 2, supongan que el parámetro $\varepsilon = u_p A_p/a_a A_s$ es pequeño ($\varepsilon \ll 1$). En este supuesto analicen la ecuación y obtengan la solución. Para ello tengan en cuenta que en primerísima aproximación se obtendría $\rho_2/\rho_a = 1$, lo que obliga retener algún término más. Para ello supongan $\rho_2/\rho_a = 1 + \delta(\varepsilon)\psi$, con $\psi \sim 1$ y $\delta(\varepsilon) \ll 1$ a determinar. Obsérvese también que la escala de tiempos apropiada a este caso es $\tilde{\tau} = \tau/\delta(\varepsilon) \sim 1$.