

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

Mecánica de Fluidos I

Examen 11-09-2006

Por un tubo cilíndrico de radio R y longitud L ($L \gg R$), fluye un líquido de densidad ρ y viscosidad μ , forzado por la diferencia de presiones impuesta entre sus extremos:

$$p(0) - p(L) = A \cos \omega t,$$

donde t es el tiempo y A y ω constantes conocidas.

Dado que las variaciones transversales de presión son pequeñas frente a las longitudinales, por ser $L \gg R$, se puede admitir que $p = p(x, t)$, y las ecuaciones que determinan el movimiento del líquido en el tubo son

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} = 0,$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right),$$

donde x es la distancia a lo largo del tubo ($0 \leq x \leq L$), r es la distancia al eje del tubo ($0 \leq r \leq R$), y (u, v) son las componentes (x, r) de la velocidad.

Se pide calcular la solución periódica de este problema en las siguientes condiciones:

1. Suponiendo que el parámetro adimensional $\rho \omega R^2 / \mu$ sea pequeño frente a la unidad.
 - (a) Dar el criterio para que los términos convectivos de la ecuación de cantidad de movimiento sean despreciables y estimar el orden de magnitud de la velocidad u en tales condiciones.
 - (b) Calcular la velocidad u y el gasto volumétrico Q que fluye por el tubo cuando se satisface el criterio del apartado anterior.
2. Suponiendo que el parámetro adimensional $\rho \omega R^2 / \mu$ sea grande frente a la unidad.
 - (a) Dar el criterio para que los términos convectivos sean despreciables y estimar el orden de magnitud de u en tales condiciones.
 - (b) Calcular el gasto volumétrico que fluye por el tubo cuando se satisface el criterio del apartado anterior.
 - (c) Estimar el orden de magnitud del espesor de la capa en torno a la pared del tubo donde los efectos viscosos son importantes.