UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

Mecánica de Fluidos Examen final 15/02/2005

La diferencia de presiones entre la entrada ($x = 0$) y la salida ($x = L$) de un tubo de sección lentamente variable de diámetro $D(x)$ (cuyo valor característico es $D_0 \ll L$) es

$$p(0,t) - p(L,t) = \Delta P_0 \left[1 + cos(\omega t)\right],$$

donde ΔP_0 y ω son constantes conocidas.

Como consecuencia de la diferencia de presiones anterior, por el tubo circula un líquido de densidad ρ y viscosidad μ. Por ser $D_0 \ll L$, la presión es prácticamente uniforme en cada sección y la velocidad característica transversal es pequeña frente a la longitudinal. Se trata de escribir la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección del eje x y simplificarla en los casos siguientes:

1.- Supongan que los parámetros

$$\frac{\nu}{\omega D_0^2} \ll 1 \quad \text{y} \quad \frac{\Delta P_0}{\rho \omega^2 L^2} \ll 1.$$

Téngase en cuenta que en este supuesto, la ecuación de cantidad de movimiento resultante puede integrarse transversalmente al tubo para obtener una relación entre el caudal $Q(t)$ y el gradiente de presiones.

Determinen el caudal $Q(t)$ sabiendo que

$$\int_0^L \frac{4dx}{\pi D^2(x)} = \frac{\alpha L}{D_0^2},$$

siendo α un número conocido de orden unidad.

2.- Supongan ahora que

$$\frac{\nu}{\omega D_0^2} \gg 1 \quad \text{y} \quad \frac{\rho \Delta P_0 D_0^4}{\mu^2 L^2} \ll 1.$$

En este supuesto escriban la ecuación diferencial resultante en coordenadas cilíndricas y determinen tanto la velocidad $u(x,r,t)$ como el caudal $Q(t)$. Supongan

$$\int_0^L \frac{dx}{D^4(x)} = \frac{\beta L}{D_0^4},$$

siendo β un número conocido de orden unidad.