

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
AERONÁUTICOS

Mecánica de Fluidos I

Examen 8-9-04

Un tubo infinitamente largo de radio a se mueve en la dirección de su eje con velocidad

$$U = A \cos \omega t = \operatorname{Re} \left(A e^{i\omega t} \right),$$

donde A y ω son constantes e i es la unidad imaginaria. El tubo está lleno de un líquido de densidad ρ y viscosidad μ , que toma un movimiento unidireccional periódico arrastrado por las paredes del tubo (sin gradiente de presión impuesto). Se pide:

1.- Ecuación diferencial y condiciones de contorno que permiten determinar la velocidad del líquido, $u(r, t)$, donde r es la distancia al eje del tubo.

2.- Escribir la velocidad del líquido en la forma

$$u(r, t) = \operatorname{Re} \left(A f(r) e^{i\omega t} \right),$$

donde $f(r)$ es una función compleja. Reducir el problema del apartado anterior a una ecuación diferencial ordinaria para $f(r)$ con sus condiciones de contorno.

3.- Reescribir este problema en términos de la variable adimensional $\eta = r/a$. Mostrar que la solución (f) depende únicamente de η y el parámetro adimensional $\alpha = \rho \omega a^2 / \mu$.

4.- Escribir la solución para valores pequeños de α en la forma

$$f(\eta, \alpha) = f_0(\eta) + \alpha f_1(\eta) + \dots$$

y calcular los dos primeros términos del desarrollo (f_0 y f_1).

5.- A partir de esta solución, calcular el esfuerzo del líquido sobre la pared del tubo en función del tiempo.